HAL open science

Couplage planification-ordonnancement : une approche par décomposition et génération de coupes

Nadjib Brahimi, Olivier Guyon, Eric Pinson, David Rivreau

► To cite this version:

Nadjib Brahimi, Olivier Guyon, Eric Pinson, David Rivreau. Couplage planification-ordonnancement : une approche par décomposition et génération de coupes. FRANCORO V / 8ème congrès de la société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision (ROADeF), Feb 2007, Grenoble, France. hal-00481496

HAL Id: hal-00481496
https://hal.science/hal-00481496

Submitted on 30 Sep 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Couplage Planification/Ordonnancement : une approche par décomposition et génération de coupes

N. Brahimi, O. Guyon, E. Pinson et D. Rivreau

UCO, Institut de Mathématiques Appliquées, Equipe OSPL
eric.pinson@ima.uco.fr

1 Introduction

L'objet de cette étude est l'ordonnancement d'un ensemble J de n jobs (tâches) indépendants au moyen d'un ensemble O de ressources (opérateurs) sur un horizon temporel H. Chaque job est caractérisé par une durée p_j, un domaine d'exécution $D_j = [r_j, d_j]$, et requiert pour son exécution un opérateur quelconque de O. Chaque opérateur possède un ensemble de roulements qui peuvent lui être affectés. Un roulement est composé d'une suite ordonnée de Profils Horaires Hebdomadaires (PHH), définissant un canevas d'horaires de présence ou d'absence à l'échelle d'une semaine. Typiquement, un PHH peut représenter les horaires d'une semaine de travail de nuit, du matin ou du soir, qui peuvent être combinés en un roulement de trois-huit. Différentes règles portant sur les horaires s'appliquent selon les opérateurs, de nature législative, contractuelle ou autres (congés posés...). Ces règles définissent en outre le coût associé aux différents horaires affectables aux opérateurs, par le biais de différents salaires horaires. L'objectif du problème est de déterminer un ordonnancement de l'ensemble des n jobs, en affectant à chaque opérateur une suite de roulements et en fixant la durée d'application (planning de présence-absence), de telle sorte que les besoins en effectif soient satisfaits, et ce, au moindre coût.

2 Formalisation du problème

A partir des informations mentionnées précédemment (base de PHHs, réglementation du travail, historique de l'activité des opérateurs,...), on peut agréger les roulements affectables aux différents opérateurs en un ensemble de profils Ω , chaque profil $\omega \in \Omega$ déterminant de manière explicite une suite d'horaires de travail affectables à un opérateur à l'échelle de l'horizon. Ainsi, ω peut être défini par un vecteur σ_ω de booléens sur H tel que $\sigma_\omega^t = 1$ si ω couvre t, 0 sinon. L'objectif du problème est alors d'affecter un profil à chaque opérateur, de manière à ce que le profil cumulé (variable) ainsi généré permette l'ordonnancement des n jobs, et ce en minimisant le coût des profils affectés. Une formalisation possible de cette problématique en terme de PLNE est donc la suivante :

$$[P] : \min \sum_{o\in O} \sum_{\omega\in\Omega_o} \eta_\omega^o y_\omega^o \tag{1}$$

$$\forall o \in O \qquad \sum_{\omega\in\Omega_o} y_\omega^o = 1 \tag{2}$$

$$\forall j \in J \qquad \sum_{t\in D_j} x_{jt} = p_j \tag{3}$$

$$\forall t \in H \qquad \sum_{j\in J} x_{jt} \leq \sum_{o\in O} \sum_{\omega\in\Omega_o} \sigma_\omega^t y_\omega^o \tag{4}$$

$$\forall o \in O, \forall \omega \in \Omega_o \qquad y_\omega^o \in 0,1 \tag{5}$$

$$\forall j \in J, \forall t \in H \qquad x_{jt} \in 0,1 \tag{6}$$

où $y_\omega^o = 1$ si le profil ω est affecté à l'opérateur o, 0 sinon, $x_{jt} = 1$ si une unité du job j est exécutée à t, 0 sinon, η_ω^o désignant la valorisation financière du profil ω relativement à l'opérateur o, et Ω_o les sous-ensemble de profils de Ω admissibles pour l'opérateur o.

3 Approches de résolution

Différentes approches de résolution sont proposées pour ce problème trivialement NP-difficile. En particulier :

- Une borne inférieure basée sur une décomposition lagrangienne des contraintes couplantes (4),
- Une heuristique constructive couplée à une recherche tabou,
- Une approche par décomposition et génération de coupes. L'idée sous-jacente à cette approche est la suivante. Supposons fixée une sélection $\bar{y}$ d'un profil à chacun des opérateurs par le biais de la résolution du Programme Maître $[PM]$ suivant :

$$
\begin{aligned}
&[PM] : min \textstyle\sum_{o \in O} \sum_{\omega \in \Omega_o} \eta_\omega^o y_\omega^o && (7)\\
&(2), (5) &&\\
&Cut && (8)
\end{aligned}
$$

On obtient ainsi une courbe de disponibilité de la ressource opérateur définie par :

$$\forall t \in H, b_t = \sum_{o \in O} \sum_{\omega \in \Omega_o} \sigma_\omega^t y_\omega^o$$

et le sous-problème satellite $[SP(\bar{y})]$:

$$
\begin{aligned}
&[SP(\bar{y})] : \max z = \textstyle\sum_{j \in J} \sum_{t \in D_j} x_{jt} && (9)\\
&\forall t \in H \qquad \textstyle\sum_{j \in J} x_{jt} \qquad \leq b_t && (10)\\
&(3), (6) &&
\end{aligned}
$$

$[SP(\bar{y})]$ est un problème de flot maximal. Si $z = \sum_{j \in J} p_j$, alors nous disposons d'une solution réalisable et optimale de $[P]$. Sinon, il est nécessaire de réviser l'affectation de profils aux opérateurs par le biais de l'ajout d'une coupe valide à Cut dans $[PM]$ permettant d'invalider l'affectation profils-opérateurs courante. Cette coupe exploite en l'occurrence simplement le fait que la coupe minimale associée au flot maximal solution de $[SP(\bar{y})]$ est inférieure à $\sum_{j \in J} p_j$.

4 Expérimentations Numériques

Ces différents résultats ont été expérimentés sur un ensemble de jeux de données générés aléatoirement dont la taille atteint plusieurs dizaines de jobs et d'opérateurs. Nous reportons en particulier une comparaison des performances entre un solver MIP (XPRESS) sur la formalisation "brute" de $[P]$, notre stratégie de génération de coupes, ainsi que sur une décomposition de Benders classique. Dans tous les cas, notre approche s'avère compétitive en terme de temps calcul.

Références

1. B. Detienne, L. Péridy, E. Pinson, D. Rivreau (2006). *Génération de coupes pour la planification d'agents.* MOSIM06, Rabat, avril 2006.
2. A.T. Ernst, H. Jiang, M. Krishnamoorthy, D. Sier (2004). *Staff scheduling and rostering : A review of applications, methods and models.* European Journal of Operational Research, 153 :3-27, 2004